Ⅱ　授業研究委員会報告

数学的な思考力,判断力,表現力を育てる授業

研究部長（あきる野市立東秋留小学校）　田中　淳志
授業研究委員会委員長（立川市立第十小学校）　神田　恭司
副委員長　東地区担当（品川区立清水台小学校）　深尾　剛
副委員長　中央地区担当（小平市立小平第五小学校）松本　雅史
副委員長　西地区担当（八王子市立椚田小学校）　仙北谷仁策

１　はじめに

東京都算数教育研究会では,「数学的に考える資質・能力を育てる指導と評価の在り方」を研究主題とし,学校現場における算数の授業の質的向上に実践的に取り組んでいる。授業研究委員会は,研究委員会,実態調査委員会,資料委員会とともに同研究会研究部に所属し,本研究会の主題に迫る検証授業を実践している。そして,研究主題に迫るために,全都を東,中央,西の３つの地区に分け,算数の授業実践に志を高くもつ教員を募り,各地域の優れた実践を交流させながら研究を深めている。３つの地区の研究活動を都算研常任理事である担当校長が統括し,今年度は,各地区２本ずつ計６本の授業研究を行い,本委員会の研究成果の普及に努めてきた。ここ数年間,新型コロナウイルス感染症の影響で,全都に向けた授業研究会の開催を控えていたが,今年度は,感染対策を徹底して,全都に向けた授業研究会を実施することができた。また,試行的にオンラインによる申込受付を実施した。

２　研究主題について

学習指導要領の算数科の目標は,「数学的な見方・考え方を働かせ,数学的活動を通して，数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す」として，３つの資質・能力を挙げている。(①知識及び技能,②思考力,判断力,表現力等,③学びに向かう力,人間性等)

都算研の研究主題は,「数学的に考える資質・能力を育てる指導と評価の在り方」とし,過去20年以上にわたり,「数学的な考え方」や「数学的な思考力・判断力」の育成に焦点を当ててその指導と評価について研究に取り組み,成果を上げてきた。そこで,本委員会でも,平成29年度から,この３つの資質のうち,「思考力,判断力,表現力」に重点を置き,研究主題を「教材の本質をとらえ,数学的な思考力,判断力,表現力を育てる授業」として研究に取り組んできた。この研究を一層焦点化するため,本年度より,研究主題を「数学的な思考力,判断力,表現力を育てる授業」とし,本研究会の主題に迫る実践研究に取り組んでいくことにした。その中で,特に「数学的価値」と「指導の手立てを明確にすること」に重点を置いて研究に取り組んだ。ここでいう「数学的価値」とは,学習指導要領に示されている「数学的な見方・考え方」であり,「事象を,数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え,根拠をもとに筋道を立てて考え,統合的・発展的に考えること」と整理されている。

研究主題に掲げた,数学的な思考力,判断力,表現力を育成するためには,主体的・対話的で深い学びの実現を図ることが重要である。さらに,児童に数学的な価値のある内容について,十分に思考,判断,表現させる授業づくりを行う必要がある。そこで,「本時における数学的価値は何か」,「何に着目をさせ，何を考えさせるのか」「児童の実態に即して,指導の手立てをどう工夫するか」といった検討を丁寧に行うことを大切にしながら研究を進めてきた。詳細については、実践報告をご覧いただければ幸いである。

3　研究経過

実施日	内　容	会　場
４月 27 日(水)	第１回合同研究会 ・研究主題,研究の進め方,各地区研究計画（授業者等）	小平市立 小平第五小学校
６月 10 日(金)	第２回合同研究会 ・早藤会長激励,研究主題＜視点＞数学的価値,手だて等	小平市立 小平第五小学校
８月 23 日(火)	第３回合同研究会 ・田中研究部長激励,各地区の研究進捗報告,地区会等	小平市立 小平第五小学校
９月２日（金） 第１回授業研究会	第２学年「計算のくふう」 授業者：田畑　哲司　主任教諭（日野第三小学校） 講　師：元都算研会長　野田　不二夫　先生	日野市立 日野第三小学校 （西地区）
９月 13 日(火) 第２回授業研究会	第６学年「円の面積」 授業者：榎本　直人　主幹教諭（府中第五小学校） 講　師：元都算研会長　内藤　和巳　先生	府中市立 府中第五小学校 （中央地区）
９月 27 日(火) 第３回授業研究会	第１学年「わかりやすくせいりしよう」 授業者：小川　功介　教諭（王子第五小学校） 講　師：元都算研会長　大石　京子　先生	北区立 王子第五小学校 （東地区）
10 月 14 日(金) 第４回授業研究会	第１学年「なんじ　なんじはん」　【研究発表会】 授業者：竹上　晋平　主任教諭（江戸川区立小岩小学校） 講　師：元都算研会長　上野　和彦　先生	稲城市立 稲城第二小学校 （東地区）
10 月 14 日(金) 第５回授業研究会	第５学年「分数と小数　整数の関係」【研究発表会】 授業者：大橋　直　主任教諭（練馬区立大泉第二小学校） 講　師：元都算研会長　山本　英一　先生	稲城市立 稲城第二小学校 （西地区）
10 月 25 日(火)	第４回合同研究会 ・各地区の研究進捗報告,研究紀要原稿作成について等	小平市立 小平第五小学校
11 月 28 日(月) 第６回授業研究会	第５学年「速さ」 授業者：杉山　史典　主任教諭（おなづか小学校） 講　師：元都算研会長　内藤　和巳　先生	大田区立 おなづか小学校 （中央地区）
３月 17 日(金)	第５回合同研究会 ・研究の成果と課題の検討・協議,次年度への申送等	小平市立 小平第五小学校

4　授業研究委員会委員一覧

地区	委員（◎総世話人　○地区世話人）
東	◎工藤　慎也（豊島・さくら小）　秋山　桂範（文京・林町小）　竹上　晋平（江戸川・小岩小） 小川　功介（北・王子第五小）　市野　佑弥（北・王子第五小） 長谷川貴明（江戸川・二之江第二小）
中央	○田口　祐貴（北・西が丘小）　榎本　直人（府中・府中第五小）　長友　恵介（立川・柏小） 浜谷亜希子（荒川・赤土小）　滝澤　一弥（荒川・第三瑞光小） 杉山　史典（大田・おなづか小）　森　誠至（武蔵野・井之頭小）
西	○島津　智子（小金井・小金井第三小）田畑　哲司（日野・日野第三小） 大橋　直（練馬・大泉第二小）中野　哲平（多摩・東寺方小）上月　千尋（日野・日野第四小） 鈴木　拓朗（町田・相原小）高井　淳史（小平・小平第七小）

【第１回授業研究会】

１　**期日・会場**　令和４年９月２日（金）　日野市立日野第三小学校２年１組

２　**単元名・授業者**　「計算のくふう」

日野市立日野第三小学校　主任教諭　田畑　哲司

３　**講師**　東京都算数教育研究会　第48代会長　野田　不二夫　先生

４　**単元の目標**

加法の結合法則，簡単な加減の暗算の仕方を理解することをとおして，加減計算についての理解を深め，数や式をよく見て計算の仕方を考える力を養うとともに，計算法則，数の見方や構成を活用して計算の仕方を考えた過程を振り返り，そのよさに気付き，今後の生活や学習に活用しようとする態度を養う。

５　**単元の指導計画**（全６時間）

時	目　標	○学習活動【児童の気付き・まとめ】	・主な評価規準 【観点】（方法）
1	加法の結合法則と，（　）の用い方を理解し，３口の数の加法計算ができる。	○問題場面（文章題）から数量の関係を捉えて立式し，7＋１２＋８の計算の仕方を考える。 【たすじゅんじょをかえても，答えは同じになる。】 ○（　）の用い方を知り，それを使って考えを式に表し，加法計算する。 ○いくつかの計算について，数をよく見てくふうして計算する。 【じゅんじょをかえると，計算がかんたんになることもある。】	・（　）の用い方や加法の結合法則を理解し，それらを用いて，３口の数の加法計算ができる。【知・技】 （行動観察，ノート分析） ○結合法則などを基に，３口の数の加法計算の仕方を工夫している。【態】 （行動観察，ノート分析）
2	３口の数の加法計算の場面を，（　）を用いた式に表したり，（　）を用いた式から考えを読み取ったりすることができる。	○問題場面（文章題）から数量関係を捉え，（　）を用いて３口の加法の式を立てる。 ○（　）を用いた式を読み，どのように考えたかを説明する。 【（　）に目をつけると，ひとまとまりと考えたものが分かる。】	・３口の数の加法の場面を，数量の関係に着目して（　）を用いた式で表したり，（　）を用いた式から考えを読み取ったりしている。 【思・判・表】 （行動観察，ノート分析）
3 （本時）	３口の式に減法の計算が混じると，結合法則が成り立たなくなることを見いだすことができる。	（問題） 子どもが１２人でかくれんぼうをしています。いさむさんがおにです。いさむさんは，今，４人見つけたところです。あと，何人かくれていますか。 ○問題場面（文章題）から数量の関係	・１２－１＋４の式では，結合法則が成り立たないことに気付き，順序を変えても答えが同じになるのは，加法の式に限ることを見いだしている。 【思・判・表】

		を捉え，答えを求める。 ○７人か８人か答えを確かめるために，問題場面を図に表す。 ○図を基にして数量の関係を捉え，答えの求め方を式に表す。 ○１２－（１＋４）≠（１２－１）＋４に気付き，３口の計算に引き算が混じると，結合法則が成り立たない場合があることに気付く。 【ひき算が混じった３口の計算では，じゅんじょをかえると，答えが同じにならないことがある。】	（行動観察，ノート分析）
4	簡単な加減法の暗算の仕方を理解し，その計算ができる。	○２６＋７を筆算を使わずに計算する方法を考える。 ○何十のまとまりで考え，加数分解や被加数分解で計算したり，計算の仕方を説明したりする。 【たされる数やたす数を分けて，何十にたす計算にもちこめば，かんたんになる。】 ○加法暗算の練習問題に取り組む。	・２位数±１位数の暗算ができる。 【知・技】 （行動観察，ノート分析） ○数の見方や構成を活用して，暗算の仕方を考えようとしている。【態】 （行動観察，ノート分析）
5		○４２－７を筆算を使わずに計算する方法を考える。 ○何十のまとまりで考え，加数分解や被加数分解で計算したり，計算の仕方を説明したりする。 【ひかれる数やひく数を分けて，何十にたしたり，何十からひいたりする計算にもちこめば，かんたんになる。】 ○減法暗算の練習問題に取り組む。	
6	学習内容の定着を確認する。（評価テスト）		

６ 数学的価値と指導の手だて

（１）本教材における数学的価値

本単元では，加法の結合法則を理解することが目標の一つとして位置付けられている。教科書（東京書籍）は，３口の加法の式に表すことのできる場面を用いて，「たし算ではたすじゅんじょをかえても答えは同じになる。」とまとめている。「たし算では」とまとめているが，ひき算を含む３口の式では，結合法則が成り立たないことには触れていない。２年生の児童には難しいため，触れないようにしているものと思われる。

しかし，ひき算を含む３口の式で，結合法則が成り立たない場面に出合わせることは，「たし算ではたすじゅんじょをかえても答えは同じになる」ということの理解を深めることにつながる。そこで，本単元の第３時に，尋常小学算術（緑表紙教科書）の「かくれんぼう」を問題として扱う時間を挿入し，その問題解決の活動の中でひき算を含む３口の式で，結合法則が成り立たない場面に出合わせようと考えた。

（２）指導の手だて

ア　「１２－１＋４＝７」という考えを引き出す。

授業の導入で式と答えと図をノートに表すようにすると，１２－１＋４＝７　答え７人という考えを引き出すことができないと予想した。そこで，まず，答えだけを問い，８人と７人という考えのズレを生み出し，次に，正解を確かめるために，場面を図に表す活動を行うことにした。このようにして共有された図を基にして，答えの求め方を一つの式に表そうと展開していけば，「１２－１＋４＝７　答え７人」という考えを引き出すことができるのではないかと考えた。

イ　「ひき算がまじった３口の計算では，じゅんじょをかえると，答えが同じにならないことがある。」という気付きを引き出す。

まず，１２－（１＋４）＝７だけど，（１２－１）＋４＝１５となることを確認する。次に，本単元の第１時にノートに記録したまとめである「たし算ではたすじゅんじょをかえても答えは同じになる」を参照させる。そして，「順序を変えても答えは同じになるはずなのに，同じにならないのはなぜだろうか」という問いを共有する。この問いを起点として，「たし算ならば，たす順序を変えても答えは同じになるけれど，ひき算が混じると答えが同じにならないことがある」という気付きを引き出す。

教材の本質を踏まえ，指導の手だてとして以上の２点を考えた。

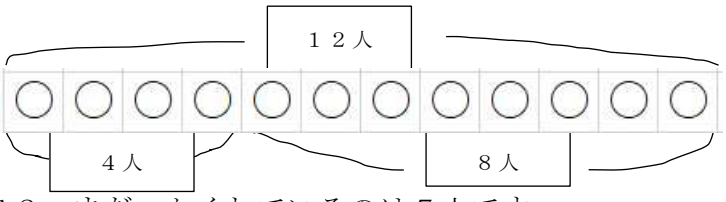
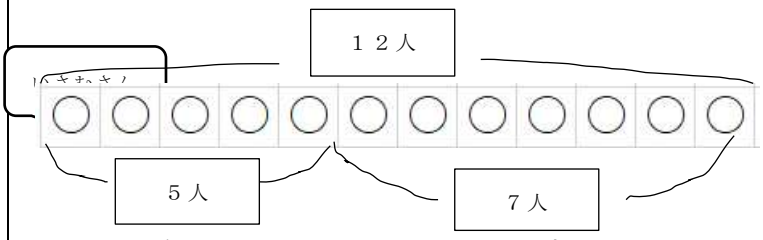
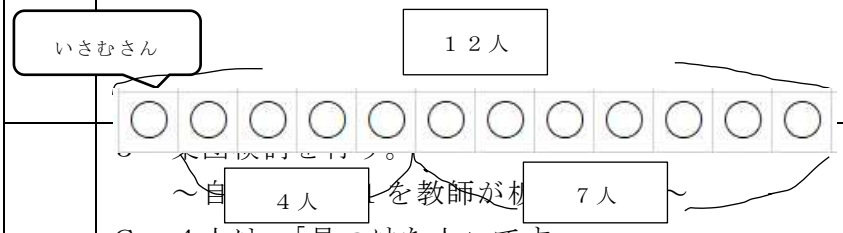
７　本時の指導(3／6)

（１）本時の目標

３口の式に減法の計算が混じると結合法則が成り立たなくなることを見いだすことができる。

（２）本時の展開

学習過程	学習活動　T 主な発問　C 予想される児童の反応 もたせたい・引き出したい問い	○留意点 ☆評価【観点】 （評価方法）
問題把握	１　学習課題を把握する。 子どもが１２人で「かくれんぼう」をしています。 いさむさんが，おにです。 いさむさんは，今，４人見つけたところです。 まだ，かくれている人は，何人いますか。	○答えだけを発表させると多くの児童が８人と答えると思われる。「どうして，７人なの？」という問いや，「７人になる理由を説

	Ｔ：答えだけを発表してください。 Ｃ：８人です。Ｃ：７人です。Ｃ：考え中です。 ・答えは，何人になるのかな？ ・答えが７人になる理由を説明したい。 Ｔ：答えを確かめるためにお話を図に表しましょう。	明したい」という思いを引き出したい。 ○本時の目標を達成するために，ここでは式に表さない。
自力解決	２　自力解決を行う。 Ｃ１：まだ，かくれているのは８人です。  Ｃ２：まだ，かくれているのは７人です。  Ｃ３：まだ，かくれているのは７人です。  	○自力解決を行う前に，「今日は，かくれんぼうをしている１２人の子供を○で表すことにしよう」と約束して，ノートに１２個の○を書かせる。そして，「数や言葉を書き足してお話の続きを表してみましょう」と伝える。 ○Ｃ１，Ｃ２，Ｃ３を探す。
集団検討①	～自力解決Ｃ２を教師が板書する。～ Ｃ：４人は，「見つけた人」です。 Ｃ：８人は，「かくれている人」です。 Ｃ：８人が答えになります。 ～自力解決Ｃ２を教師が板書する。～ Ｃ：５人の中の４人は，「見つけた人」です。 Ｃ：５人の中の１人は，いさむさんのことです。 Ｃ：７人は，「かくれている人」です。 Ｃ：７人が答えになります。 Ｃ：Ｃ１には，いさむさんがいませんでした。 Ｃ：まだかくれているのは，７人だと分かりました。	○Ｃ１，Ｃ２を共有する。この図をかいている児童がいなかった場合も，教師が「こんな図をかいている人がいました」と話して板書する。 ○数だけを板書して，「４人とは，何のことですか」等と全体に問いかけることによって，場面と図をつなぎ，図を全体で共有していく。
集団検討②	Ｔ：この図を式に表すと，１２－５＝７になります。正しいですか？ Ｃ：正しいです。 Ｔ：この式（１２－５＝７）を，もっと丁寧な式にすると，１２－１＋４＝７になります。この式の意味が分かりますか。 Ｃ：１２は，「かくれんぼうをしている人」です。	○１２－１＋４の式を板書してからの検討が，本時のねらいに直結するので，この式をできるだけ時間をかけずに板書したい。 ○そこで，一問一答となるが，このようなやり取りを

	Ｃ：４が見つけた人で，１がいさむさんです。 Ｔ：この式の計算をしていきましょう。 　　１２－１の計算を先にします。 Ｃ：１１です。 Ｃ：１１＋４の計算なので，１５になります。 Ｃ：答えが７になりません。 Ｃ：１＋４の計算を先にしなかったからではないでしょうか。 Ｃ：先に１＋４の計算をします。５になります。 Ｃ：次に１２－５の計算をします。やっぱり７になります。 Ｃ：順序を変えて計算しても答えは変わらないはずなのに，答えが変わりました。 １２－１＋４のしきは、じゅんじょをかえて計算すると、答えがかわります。 これまでの「しき」と、どこがちがうのでしょうか。 Ｃ Ｃ：でも，１２－１＋４には，ひき算があります。	行うこととした。 ○答えが変わった理由を問うのは，難しすぎると判断した。そこで，左のように問うことにした。
まとめ	７　学習を振り返り，まとめをノートに記録する。 Ｔ：今，気付いたことを基にして，まとめましょう。 ひき算がまじったしきは、じゅんじょをかえて計算すると、答えがかわることがあります。 Ｔ：最後に，１２－１＋４の式に，ある記号を付け足すと，１＋４の計算を先にするということを表すことができます。その記号が分かりますか。 Ｃ：(　　)です。(　　)を１＋４につければよいです。	☆３口の計算で，順番を変えて計算しても答えが同じになるのは，たし算だけの式の場合に限ることを見いだしている。 【思・判・表】 （行動観察，ノート分析） ○（　）の中を先に計算することは，前時までに軽く触れている。

８　研究協議・指導講評

【協議】

・「かくれんぼう」の題材を使いたいという考えは理解できた。つかまった子が増えていく「ふえおに」にするなど，その式が出てくる必然性があるとよいのではないか。

・図をかかない子供たちが増えている中で，図をかかせることにこだわるのはよい。しかし図は「場面と式をつなげる」「求答する」など必要性があってこそ使うものであり，目的意識が薄かった。

・ひき算・たし算が混ざるとひき算でも結合法則が成り立ってしまう場合がある。まずは教師が教材・本質を理解する必要がある。

【指導・講評】　東京都算数教育研究会　第48代会長　野田　不二夫　先生

協議において，「立式が先か」「図が先か」という議論がなされていた。「答えを先に出して，それを確かめるために式を出す」という教師側の意図は分かるが，２年生の子供たちにとっては，「(加法の結合法則について）子供たち自身にその性質を見いださせ，成り立つかを確かめ

て，理解させる」ことが大切である。具体的な場面を式に表し，場面と式とを関連付けさせたい。その式表現が妥当かどうか，場面に合わせて判断することも大切である。

問題文にない５を出したことは実態に合っていなかった。問題文にないのに５を出したことで，理解が追い付かなかった児童が見られた。「１２―５＝７　→　１２－１＋４＝７
この５は１＋４なんだよ」と教師側から触れる必要があった。

【成果と課題】

尋常小学算術（緑表紙教科書）にある教材「かくれんぼう」の価値を捉え,「現代の算数授業においてどのように授業化するのか」「トピック教材としてではなく，教科書に設定されている単元の中にどのように組み込むか」を考え，授業提案を行った。

図に表すことのよさや式と図を関連付けることのよさを感じられるという教材の価値が明らかになった一方で，本単元「計算のくふう」のねらいを達成するために「かくれんぼう」を有効に活用することができたかについては，課題が残る。

子供たちに出合わせたい魅力的な教材「かくれんぼう」への思いを大切にしながらも,「本単元や本時のねらいを達成するために働かせる数学的な見方・考え方はどのようなものなのか」「そのためにこの教材を用いるのは適切であるのか」「どのようにアレンジをしたらよいのか」,子供たちの目線に立って授業研究を重ねることが大切であると実感した。

【第２回授業研究会】

１　**期日・会場**　令和４年９月１３日（火）府中市立府中第五小学校　６年生　発展コース

２　**単元名・授業者**　「円の面積」
府中市立府中第五小学校　主幹教諭　榎本　直人

３　**講師**　鷹南学園三鷹市立中原小学校校長　第５７代会長　内藤　和巳先生

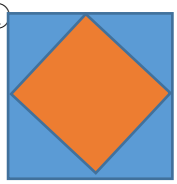
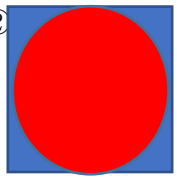
４　**単元の目標**

【知識・技能】
円の面積や身近な図形の面積を求めるには，既習の図形にして考えるとよいことを理解し，面積の大きさについての豊かな感覚をもつことができる。

【思考・判断・表現】
円の面積や身の回りにある図形のおよその面積の求め方を既習の図形をもとにして考えたり，一辺を半径や直径とする正方形の割合で求めたりする力を養う。

【主体的に取り組む態度】
円の面積や身の回りにある図形のおよその面積を，方眼を数えたり，既習の図形にしたりして，工夫して求めようとする態度を養う。

５　**単元の指導計画**（全６時間）

時	目　標	○学習活動　・指導上の留意点 問題『めあて』引き出したい児童の問いや考え	主な評価規準
1	図形の面積と円に関する既習内容を振り返り，円の面積を求めるための見通しをもつ。	○問題・課題把握 どっちがどれだけ広いかな ①  青の正方形の 0.5 倍だよ ②  円の面積を求められるといいな 『円の面積の求め方を考えよう。』 これまでの面積の求め方が使えないかな ・マス目入りのものと何もない円だけのもとを提示し，選択させる。 ○自力解決　○発表，検討 ○振り返り，新たな問い １㎠の正方形の数を数えればよいけど，中途半端な所はどうしようかな。 切ったり，移動させたりしたら面積を知っている形にできそうかな。	【思考】 これまでの面積の学習で学んだことをいかして，円の面積を求める方法を考えている。

2	直径 10cm の円の面積を，単位正方形のいくつ分で数値化する方法を考える。	○問題・課題把握 『１㎠の正方形の数を数えて円の面積を求めよう。』 中途半端な所は，どう数えればよいかな。 簡単に，数えるにはどうすればよいかな。 ○自力解決　○発表，検討 円の面積は，78.5 ㎠になったね。 ○振り返り，新たな問い 数えて面積を求めるのは，大変だったな。 円の面積の公式を見付けたいな	【態度】 曲線部分の面積を仮定して考えようとしている。
3 本時	直径 100 ㎝の円の面積を，直径 10 ㎝の円の面積をもとに推測する方法を考える。 その方法をもとに，円の面積を求める公式を考える。	○問題・課題把握 直径 100 ㎝の円の面積を予測しよう。 直径が，10 倍になっているから面積は，100 倍になるかな。 正方形と円の面積の関係から考えられないかな。 ○自力解決① ○発表，検討（教師による直径 100 ㎝の円の面積を教える） ○新たな問い この方法（比例の方法と割合の方法）は，円の面積の公式はつくれないかな。 『10 ㎝，100 ㎝の時に見付けたきまりがどんな長さでも使えないかな。』 ○自力解決②　○発表，検討，一般化 直径×直径×0.785 で求められるよ ○振り返り 青の正方形の 0.785 倍という意味なんだね。 自分の知っている円の面積公式と少し違うぞ。	【思考】 推測する方法を考える際，比例と見なす考えや割合の考えを生かしているか。 【思考】 どんな長さになっても使える円の面積の求め方を説明することができる。
4	円を既習の図形に等積変形する方法をもとに円の面積を求める公式を考える。	○問題・課題把握 『ピザ切りしたものを使って，円の面積を求めてみよう。』 ・円をピザ切りしたものについては，第１時で児童から出てきたものを全体で紹介する。 移動したら知っている形にできそう。 曲線の部分がどうにかできないかな。 ○自力解決 ○発表，検討，一般化 ・これまで求めてきた円の面積を求める公式を見比べて，整理する。 ○振り返り 知っていた円の面積の公式になったよ。半径を一辺とする正方形の 3.14 倍になるんだね。 前に見付けた直径×直径×0.785 と一緒になるんだ。 0.785 と 3.14 は，もとにしている正方形の何倍という点では，同じ意味なんだね。	【思考】 求積公式を適用して，円の面積を求めることができる。

5	円の面積公式を生かして，正方形と四分円を組み合わせた図形の面積を求める。	○問題・課題把握 次の図形の面積を求めよう。 円と正方形の面積を求めて，それを合体すればよさそうだね。 ○自力解決　○発表，検討 ○振り返り 複雑な図形も，知っている図形にすれば求めることができる。	【知識】 これまで学習した公式を複合図形に適用させることができる。
6	円の求積公式を用いて，習熟をはかる。	○練習問題に取り組む。	【知識】 円の面積公式を適切に使うことができる。

６　数学的価値と指導の手だて

単元を通して，以下の２つのことを身に付けさせることが，数学的価値につながると考えた。

① 円の面積を求める際、既習のアイディアを使い、求積公式を創り出すこと。
② 円の求積公式の意味を、図形として捉えるだけでなく、割合の考えも含み捉えるこ

円の面積を求める際の既習のアイディアとしては，「単位正方形のいくつ分と考える方法」「既習の求積可能な図形への等積変形する方法」が挙げられる。この２つのアイディアを求積公式につなげていくことが大切になると考える。

１つ目の「単位正方形のいくつ分と考える方法」については，次の２つのことが問題になる。１つは，単位正方形の一部が欠けている面積の扱いをどのようにするかということである。これに関しては，「欠けているもの２つで１㎠とみなす」子供たちの自然な発想でクリアできると考える。２つ目は，この活動が求積公式に関連付けられないことである。先行研究において坪田(2014)は，「割合の学習に関連して，円に外接する正方形の何％になっているのかといった考え方も使えるのではないかと思われる。（中略）円の面積＝直径×直径×0.785 この場合の 0.785 は，円の面積の外接する正方形に対する割合なので「円積率」と呼ばれていた。このようなことを下地にしていると，一般的に行われている「方眼の数」からの求積方法と関連付けることができる。」と述べている。そこで，「円積率」の観点から「単位正方形のいくつ分と考える方法」を求積公式と関連付けていくことが，数学的価値の②で述べた「割合の考え」を含んだ意味理解になると考えた。

具体的な手だてとしては，第１時に「どれくらい大きいのか」という問題を通して，外接する正方形の面積の何倍にあたるのかを考えるきっかけ作りを行う。また，本時において「直径 100 ㎝の円の面積を予測してみよう」と問うことで，第２時で学習した「直径 10 ㎝の円の面積と外接する正方形」を児童が改めて観察し，円積率や比例の考えが使えることに気付き，公式化につながる手がかりを見出すことができると考えた。

２つ目の「既習の求積可能な図形への等積変形する方法」については，次の２つのことが問題になる。それは，「おうぎ形に切る発想」「曲線を直線と見なす，近似値の考え方」である。「おうぎ形に切る発想」は，子供から出すことが必要だとは考えていない。むしろ，「おうぎ形に切ったものをどうして平行四辺形に変形するのか」「なぜ，向きを変えて組み合わせようとするのか」を問うことを大切にしたい。おうぎ形１つの面積を出して個数倍するのではなく，変形したり組み合わせたりする発想の裏には，曲線を直線と見なすという考え方があることを子供たちに気が付かせたい。さらに，本時で創った「直径×直径×0.785」と「半径×半径×3.14」をもとの正方形が異なるだけで，割合の考え方を用いているという点で共通することにも気が付かせるようにして，統合的に見えるようにする。

７ 本時の指導（３/６）

（１） 本時の目標

直径 100 ㎝の円の面積を，直径 10 ㎝の円の面積をもとに推測する方法を考える。
円積率や比例の考えをもとに，円の面積を求める公式を考える。

（２） 本時の展開

	学習活動　T 主な発問　　C予想される児童の反応	○留意点　☆評価 【観点】（評価方法）
課題把握	１　学習課題を把握する Ｔ：直径 10 ㎝の円の面積を数えてもらったね。 Ｃ：78.5 ㎠。 Ｔ：今日は，直径 100 ㎝の円の面積を求めてもらうね。 Ｃ：また，数えるの？ Ｃ：きついよ Ｔ：数えるのは，大変だよね。直径 10 ㎝の円の面積がわかった今の時点で，予測できないかな？	○前時の直径10㎝の円の面積は，78.5㎠であったことは，クラス全体で確認をして，そろえる。 ○直径10㎝の円をもとに予測させるような発問
	直径 100 ㎝の円の面積を予測しよう。	
自力解決①	２　自力解決① Ｃ1：外接正方形と円の面積の比例関係の利用 正方形の一辺が，10㎝から100㎝になると，面積は100倍になるから,円の面積も100倍になると思うから。 78.5×100＝7850 Ｃ2：外接正方形に対する円の面積の割合に着目 直径10㎝の時に，円は正方形の0.785倍だったから，直径100㎝になっても変わらないはずだから。 100×100×0.785＝7850 Ｃ3：外接正方形よりは小さいと範囲を求める 正方形よりは，絶対に小さいから 100×100＝10000　　10000㎠より小さい Ｃ4：手がつけられない。	【思考】直径 10 ㎝の円の面積と外接正方形の関係に着目して，直径 100 ㎝の円の面積が予測できているか。（ノート） ○「比例しているはず」という仮定に基づくものであることは確認する。
集団検討	３　集団検討① Ｃ３⇒Ｃ１⇒Ｃ２の考えの順に取り上げる。 ・教師の実験により数えていくと，7850 ㎠になったことを確認する。Ｃ１とＣ２の考え方は，かなり正確であったことをやりとりを通して確認する。 ４．一般化に向けて Ｔ：100 ㎝の時には，予想は偶然あたったね。 Ｃ：偶然じゃないよ。 Ｔ：直径が他の数になっても求めることってできるのかな？ Ｃ：直径が，50 ㎝とか？１㎝とか？ Ｃ：公式をつくるってこと？ Ｃ：Ｃ２の考えは，いつでも使えると思うよ。 Ｃ：正方形の一辺の長さと直径は同じだからね。	○式を取り上げて，意味を想像させるなど，問い返しの工夫をする。 ○キーワードになりそうな言葉を板書に残す。 ○教師の実験の結果をもとに，予想が正確だったことを確認する。 ○第１時に円の面積公式をつくりたいという児童の思いを引き出す。 ○めあてが変化したことがわかるように板書する。 ○面積の公式を求める際には，本時のＣ１・Ｃ２

<table>
<tr><td rowspan="2">自力解決</td><td>Ｃ：Ｃ１の考え方も，使えるんじゃないかな？</td><td>の考え方を使うようにする。</td></tr>
<tr><td colspan="2">円の面積を求める公式を見つけよう。</td></tr>
<tr><td rowspan="2">集団検討

まとめ・振り返り</td><td>５．自力解決②
Ｃ1：表から変化のきまりを見付ける考え
<table>
<tr><td>直径</td><td>1</td><td>10</td><td>100</td></tr>
<tr><td>正方形の面積</td><td>1</td><td>100</td><td>10000</td></tr>
<tr><td>円の面積</td><td>0.785</td><td>78.5</td><td>7850</td></tr>
</table>
直径１㎝を基準にして，直径倍を２回するってこと
0.785×直径×直径

Ｃ2：円積率の考え
正方形と直径が同じ長さになるから。
直径×直径×0.785
（正方形の面積を求めている）

６．集団検討②
Ｃ２⇒Ｃ１の順番に取り上げる。
Ｃ２の 0.785 は，正方形の面積の何倍という意味。
Ｃ１の 0.785 は,直径１cm の時の円の面積という意味。

７　まとめ
T：今日は，みんなで100㎝の円の面積を予測していたら，円の面積を求める公式が見つかりましたね。
C：直径×直径×0.785

T：今日のふりかえりを書きましょう。
C：自分の知っている円の面積公式と少し違うぞ。
C：0.785 には，割合という意味と直径が１㎝の時の面積って意味が二つあるんだね。
C:直径×直径にも正方形の面積という意味があるんだね。
C：知っている面積公式とも一緒なのかな。</td><td>○２つの考え方の違いが分かるように，直径×直径とは何を指しているのか。0.785 とは何のことなのかを教師が整理する。

【思考】円の求積公式をＣ1，Ｃ2 の考えから，意味を理解して導くことができているか。（ノート，発言）</td></tr>
</table>

【引用・参考文献】
坪田耕三（2014）『算数科授業づくりの基礎・基本』東洋館出版社ｐ324－331
平山秀人（2017）『数学教育学の礎と創造』東洋館出版社ｐ152－163

実際の本時の板書

8　研究協議・指導講評

【協議】

・単元構成をよく考えられていて，前時の内容をよく使いながら展開されていた。

・面積を倍で見る，何％かという見方はここが初めての学習。これはどの円でも同じであろうということを前提として行っている。５年生での基本図形のときにそのような考え方にふれる経験をもたせるとよい。

・公式が作る段階であったが，割合から考えていくことは初めて見た。別々のもの（割合の考えと等積変形の考え）を一つにまとめていくのが面白いので，次が見たいなと思っている。

【指導・講評】　鷹南学園三鷹市立中原小学校校長　第５７代会長　内藤　和巳先生

・今日の授業の次に取り組むことになる「半径×半径×3.14」と，この授業で創った公式との関係について本気の問いが子供から出てきたという意味で，よい授業だと思った。

・単位正方形を数えて求めた面積を元に公式づくりをした。それが公式として児童の納得に結びついていないということはその通りだった。今回の単位正方形を数えるという発想から，等積変形で求積公式を創るという考えにどうつなげるかに課題が残る。

・円の面積はどこで決まるかが本単元の数学的価値である。コンパスで円を作図する際、半径をもとにしてきた。円は半径で大きさが決まるから，円の求積公式には半径が出てくるはずだということをしっかりと児童と確認することが大切である。

【成果と課題】

・単位正方形を数える発想を，公式（直径×直径×0.785）につなげることができるという点ではよかった。また，等積変形の発想から創られた公式（半径×半径×3.14）と統合することで数学的思考力を育てることにつながった。

・円の面積を外接する正方形との割合でみる必然性や数えることの正確性については課題が残った。

【第３回授業研究会】

1　**期日・会場**　令和４年９月 27 日（火）　北区立王子第五小学校　第１学年

2　**単元名・授業者**　「わかりやすく　せいりしよう」

北区立王子第五小学校　教諭　小川　功介

3　**講師**　東京都算数教育研究会　第 55 代会長　大石　京子　先生

4　**単元の目標**

・ものの個数を種類ごとに分類整理し，簡単な絵や図を用いて表したり読み取ったりすることができる。

・データの個数に着目し，身の回りの事象について簡単な絵や図を用いて特徴を捉えている。

・簡単な絵や図を用いて，データの個数を表したりその特徴を捉えたりした過程や結果を振り返り，その結果と現実場面とを比較しようとしている。

5　**単元の指導計画（全２時間）**

	目標	学習内容・学習活動	評価・資料
第１時	自分なりに給食の残量について問いをもち，それについて自分なりの考えをもっている。	・事前に栄養士さんから給食の献立の立て方について教えてもらう。 （給食の三色食品群について） ・１年１組は，１週間で残ってしまう量はどのくらいでしょう。 ①　０キロ②9 キロ③3 キロ④6 キロ ・給食の残飯を減らすにはどうしたらよいか（Problem） ・好きなものだったら，みんな食べられる ・苦手なものは最初に減らす ・頑張って食べるなど（Plan） 今回は，好きな給食アンケートから献立を立てて，残飯を減らすことにする。 ・アンケート実施（Data）	主給食献立に興味をもち，どの給食にしようかと考えている。 思自分なりに給食の残量について問いをもち，それについての解決の方法について考えている。 ・アンケート資料
第２時（本時）	ものの個数を種類ごとに整理しデータの個数をわかりやすく表すことを考え，説明している。 結論と現実場面とを比較しようとしている。	・アンケート結果を整理する（Analysis） 実際に下の図だと比べられないので，どのように比べるのかを考える。 ・献立を実際につくる（Conclusion） ・実際にこの献立でいいかを考える（Problem）	思ものの個数を種類ごとに整理しデータの個数をわかりやすく表すことを考え，説明している。 ・大きさを揃える ・高さを揃える ・三色食品群について考える ・和，洋，中で考える ・食べられるかどうかを考える 主結論と現実場面とを比較しようとしている。

６ 本時の数学的な価値と指導の手だて

（１） 本単元における数学的価値とデータを考察する価値について

①本単元における数学的価値について

大小比較をする際，基準（端）をそろえてからその高さの大小比較を行う。そのことについては「長さ」の学習で既習事項となっている。本単元では，児童は大小比較する際に，ものの大きさが違うことから，大小比較ができないと考える。つまり，大小比較する際には，大きさすなわち高さ（縦の長さ）をそろえること，対応させることの２つが重要である。本単元の問題は,「どのようにしたら比べられるのか」という問題であり,「基準をそろえることや大きさ（高さ）をそろえる」ということを考えられるように授業を展開していく。

②データを考察する価値について

日本学術会議(2020)[1]では，統計教育の実効性を高めることとして次のように提言されている。(以下抜粋)

「データを活用し,意思決定につながる問題解決の方法として，算数・数学科での統計的な方法，考え方を体得させるべきである。」

つまり統計的な方法とは，統計的に問題解決をする方法，すなわち，問題を見付け，データをとり，そのデータをまとめた後，そのデータのもつ意味を考え，改善するサイクル（PPDCA サイクル）であり，その手法を体得させることが重要だと考えられる。同様にして，国内外の様々なところでそのサイクルの重要性については言われている。(図１[2])

図１統計的探究プロセスの考え方

しかしながら，現行の「D データの活用」領域では,統計的探究プロセスを回すこと，すなわち統計的に問題解決をすることは，前述したように第４学年から行っている。

また，通常の算数科の学習では，第１学年から統合・発展をさせながら学習し，授業の最後には振り返りをし，問い（もし～だったらどうか，数値を変えたらどうなるかなど）を創り出す学習をしている。言うなれば，毎時間の算数科の学習では，ある問題を解決し，そこから新たに拡張・発展させたときに新たな問題が発生するといった探究する活動がメインだと考えられる。「D データの活用」領域でも，第１学年からそのような授業展開をさせることが肝要であろう。以上のことから,「D データの活用」領域でも，児童自らが問いを創り出せるように展開する。すなわち，本授業において，Analysis → Conclusion → Problem までを行うこと（算数科での統計的な考え方）で，算数科の学習として一本の筋が通ると考えられる。すなわち，本単元において振り返りでは,現実場面と結論との整合性について考えることが特に重要である。なぜなら，現実場面に戻し，検討したことが実際にはどうなるのかと考え，そのままの結論でいくのか，再度アンケートを取り直すのか，データを再検討するのかなどを考えることが算数科の問題解決において重要だからである。このことは，数学的な問題解決だけでなく，統計的な問題解決においても同様だからである。

（２） 指導の手だて

---

[1] https://www.jasme.jp/publication/kohyo-24-t293-2.pdf（最終アクセス令和４年９月 21 日現在）

[2] 大学共同利用機関法人 情報・システム研究機構統計数理研究所「センサス＠スクールパンフレット」

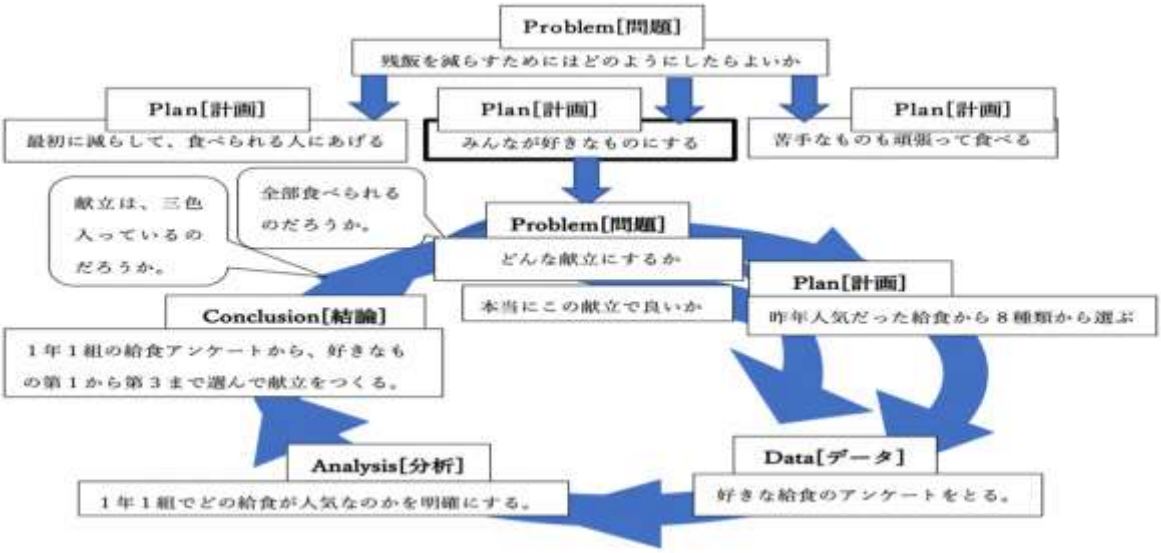
【本単元における数学的価値について】

本単元では，右の８種類のカードを用意する。８種類のカードの大きさが違うため，どれかにそろえるということや明確な基準がない。そのため，それぞれのカードを同じ大きさにしたいと思うことや，高さをそろえたいと思わせるようなカードにする。例えば，カレーとラーメンを同じ大きさにすることで，他のカードも同じ大きさにしたいと思うことや，てづくりパンのように長細いカードや，からあげのように小さいカードなど様々なカードがあることから，高さをそろえたいと思うことが考えられる。そのため，意図的に同じカードを入れることや大きいカードと小さいカードを入れる。そうすることで，カードの大きさや高さをそろえようとする考えが生まれてくるだろう。また，並べ方も縦に並べる方法と横に並べる方法があり，どちらでも表すことができ，縦の場合は高さで比べ，横に並べる場合には，長さで比べることを意識させたい。

【データを考察する価値について】

①児童自身が統計的探究プロセス（ＰＰＤＡＣサイクル）を回せるようにすること

第１学年では,「データの活用」領域の導入段階でもあるため，まずは統計的探究プロセスを回す素地づくりとした。場面設定として，栄養士から残飯の量に関する資料を提示する。そして，給食が残っていることに問題意識をもち，残飯を減らすためにはどのようにしたらよいかを考える。→好きなものだけの献立にすることや苦手なものを最初に減らし，他の人に食べてもらうなど(今回は,みんなが好きなものを献立にすれば必然的に,残飯の量は減る)。今回は，その中からみんなが好きなものにするということについて探究することにした。(以下統計的探究プロセスを回す）どんな献立にするか→昨年人気だった給食の中から８種類から選ぶ→アンケートをとりデータを収集する→1年１組の給食アンケートを整理し，傾向をつかむ→好きなもの第１から第３まで選び，献立を立てる→見付けた傾向から三色食品群という視点，和食・洋食・中華などの視点，量の視点などと給食の献立として「本当にこの献立でよいか」と再検討する場面である。



②自分たちがつくった献立をもう一度見直す（再度問題を創出する場面の設定）

授業終末では，自分たちで選んだ給食の献立について再度検討する場面を設定する。給食の献立について栄養バランスを考えたり，自分が本当に食べられるのかを考えたり，和洋中で考えたりするだろう。ここでは，アンケートをもとにした自分なりの結論が，このままでよいのか，それともアンケートをし直すのか，アンケート結果を使って再度献立を立て直すのかを考える。

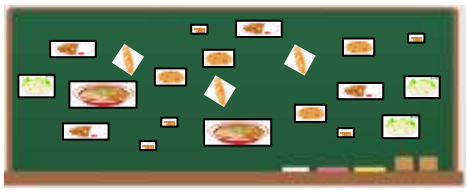
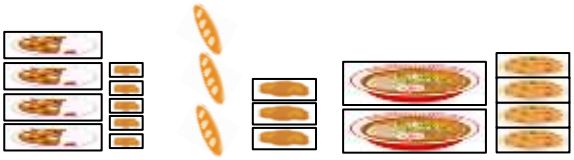
7　本時の指導

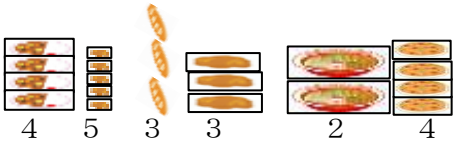
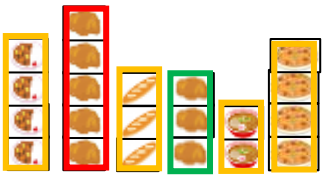
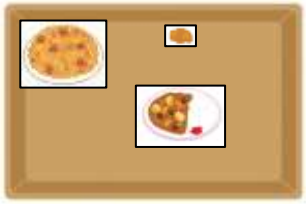
（１）本時の目標（2/2）

・結論と現実場面とを比較しようとしている。(主体的に学習に取り組む態度)

・ものの個数を種類ごとに整理しデータの個数をわかりやすく表すことを考え，説明している。(思考・判断・表現)

（２）本時の展開

○学習活動　引き出したい児童の問いや考え	□評価　★主題に迫る手立て ・指導上の留意点
１　問題提示 T：先日,「給食の献立をつくろう」というお題でアンケートを取りましたよね。好きなものだったら,みんな食べられますね。今日は実際にみんなに給食の献立を考えてもらいます。 	・事前に学習した三色食品群のことや,アンケートをとった資料をホワイトボードに掲示し,児童が想起しやすいようにする。 ★黒板に掲示するものは,それぞれ大きさがバラバラになるようにする。 ・題名のところに大きさが同じものを掲示しておく。(児童から大きさが揃っていないからそろえたいと思わせる)
２　自力解決 T:みんなが選んだ好きな給食を貼りました。どれが人気なのかな。 C：整理しないと分からないから,直していいですか。 T：どうぞ。直してください。  C：一番人気はからあげです。 C：私は手づくりパンだよ。だって,一番高いからさ。 C：でも個数は,からあげが多いよ。 T：からあげは一番低いのに一番人気なのですか。 C：個数が多いからです。 T：では,一番人気がからあげだと分かるようにするにはどうしたらよいのでしょうか。 いちばんにんきがからあげだとわかるようにしよう	・どれが人気なのかを予想させる。 ・児童に絵カードとミニホワイトボード,マーカーペンを渡す。 ★整理する前に「からあげ」と出てしまう可能性がある。そのため,「本当にそうなのか」「絵で見るとパンが一番人気にみえる」ということを言って,考えさせる場面をつくる。 ・再度修正する時間をとる。(マーカーペンを使って分かりやすくする)
３　集団検討	

C：数字を書くといい。 C：ラーメンとカレーみたいにカードの大きさを同じにすればからあげが一番だと分かる。 C：線で結ぶといいと思います。 C：全部同じ大きさにする。 T：じゃあ大きさが同じカードにしてみよう。 (大きさをそろえる) C：こうすると,わかりやすいね。 C：からあげ,カレー,キムチチャーハンの順だ。 T：みんなが立てた献立は一番人気のからあげでいいですね。 C：からあげだけですか。いつも３つあります。 C：２つの時もあるよ。 T：では,今日は３つの献立にしようか。 C：からあげ,カレー,キムチチャーハンだ。	□数字を書く（思・判・表）  4　5　3　3　2　4 □線を引く（思・判・表） ・給食のお盆にからあげだけだといつもと違うことを確認する。
４　まとめ（自分たちが立てた献立について振り返る） T：そうすると,献立が完成しましたね。カレーとからあげとキムチチャーハンだね。 C：パンは最初人気あると思った。 C：黄色が２つもあって緑がないです。野菜ないなあ。 C：３つの色が揃うといいって言っていました。 C：緑がないし黄色が２つもある。 C：カレーとキムチチャーハンだと,ご飯が２つあるから食べられないよ。ご飯たくさんだし。 T：では,献立はこれでいいのかな。 C：多分,また残してしまうかもしれない。  C：色分けしてみたら,赤と緑は決まりだね。黄色は,カレーとキムチチャーハンになった。 T：では,学習感想で自分ならどうするか発表しよう。 C：もう一回アンケートをとる。 C：今回のアンケートの１位,２位,３位でいいと思う。 C：赤,黄色,緑でアンケートとるもよいと思う。 C：これ,１年１組じゃなくてさ,１年２組はとらなくていいのかな。学校全体とか前やっていたからさ。	・お盆の写真を用意し,黒板に掲示しこの組み合わせでよいかを考えさせる。  ★献立について自分はどうしたのかを考えさせるために,ワークシートに書かせる。 ・アンケート結果をもとに考えさせる。 ・もともとの問いに戻らせる。 ・三色食品群に立ち戻らせ,アンケートの取り方を再検討する。 □結論と現実場面とを比較しようとしている。（主体的な態度） ・クラスだけでなく,学年全体,学校全体にアンケートをとるのかを考えさせる。(児童の方から出てきたら)

８　研究協議・指導講評

【協議】

・ＰＰＤＡＣサイクルの指導内容を学年ごとに系統性を考慮したことはよかった。

・見た目ですぐに分かるように，絵カードを均等に配置したり大きさを揃えたりさせるための「数えないで分かるかな」という発問の意図が，児童に伝わっていなかったのではないか。具体的に何をすればよいかを伝えてもよかったのではないか。
・データ数が少ない場合，グラフに表すよさをどのように実感させられるかを考えていく必要がある。
・本単元の指導内容を,全２時間の単元計画で指導しきるのは難しいのではないか。
・絵カードを〇図に直す，ブロックに置き換える等の基本的な指導内容を十分に取り扱うべきではないか。
・子供たちの中には,「カードの大きさを同じにする必要があります。」と発言し，具体から抽象にしたいと考えている児童もいた。２年生への橋渡しとして，具体を抽象化する過程を経験させることも大事なことではないか。

【指導・講評】　東京都算数教育研究会　第 55 代会長　大石　京子　先生

・教師のねらいを子供たちがどこでつかんだかということが課題であった。
・「何が多いか」は見れば分かるような生データを取り扱っていた。統計的な問題解決の入口にあたる本時なので，驚きを実感させたかった。
・絵カードを分類整理するというところは大切なので，一人１つのボードがあったのはよかった。そこで，一人一人の解決方法が見えてきた。
・ＰＰＤＡＣサイクルを意識することは大切であるが，３年生まではその中で部分的なところの練習が大切になってくる。
・学習領域のねらいは６年生での姿をイメージすること。そのために１年生でどのようなことを指導していけばよいのか，今後も研究を続けてほしい。
・好きな給食のアンケートの順位が分かったところから，それを分かりやすく表すための方法について十分に考えさせたいところだった。本時では、いろいろな視点で結論を出すための話し合いをしていたが，１年生の実態として難しさもある。
・学習指導要領解説には，低学年では「問題」「計画」「結論」は重く扱わず，身近な題材で，データを整理しながら特徴を捉えるところを中心に扱うとよいとある。本時のような授業展開もいけないわけではないが，題材を工夫することや各学年での指導内容の中心を落とさないようにする。
・２時間しか設定されていない本単元をどのように扱うかは課題である。１年生として大事なことを考えると，様々な整理の仕方を経験することも大切である。
・「ＰＰＤＡＣサイクルを回す」ということの素地指導として，本時の問題の出発点はよかった。知識・技能の習得と，思考力等を育成することを両立させるためには，単元設定を工夫する必要が大いにある。

【成果と課題】

・算数科の学習においてＰＰＤＡＣサイクルを回すということについて，本学習をその素地指導として捉え，取り組んだことはよかった。
・本学習の前段階として，算数以外の時間に栄養士と栄養素についての学習をしたことが生かされ，子供から意見が出た。
・単元設定を工夫し，学年での指導内容を十分に取り扱えるようにし，知識・技能の習得と思考力等の育成，ＰＰＤＡＣサイクルを回す経験のバランスを考えていく。

【第６回授業研究会】

１　**期日・会場**　令和４年１１月２８日(月)　大田区立おなづか小学校　５年生　発展コース

２　**単元名・授業者**　「単位量当たりの大きさ」

大田区立おなづか小学校　主任教諭　杉山　史典

３　**講　師**　東京都算数教育研究会　第５７代会長　内藤　和巳　先生

４　**単元の目標**

【知識・技能】異種の二つの量の割合として捉えられる数量について，速さなどの単位量当たりの大きさの意味及び表し方について理解し，速さや単位量当たりの大きさを求めたり，比べたりすることができる。

【思考・判断・表現】異種の二つの量の割合として捉えられる数量の関係に着目し，目的に応じて大きさを比べたり表現したりする方法を図や式などを用いて考え表現している。

【　態　度　】速さなど単位量当たりの大きさの意味及び表し方を，図や式などを用いて考えた過程や結果を振り返り，多面的に捉え検討してよりよいものを求めて粘り強く考えたり，数学のよさに気付き学習したことを今度の生活や学習に活用しようとしたりしている。

５　**単元の指導計画（全１１時間）**

時	目標	○学習活動 問題『めあて』【引き出したい児童の問いや考え】	主な評価規準
1	面積，匹数が異なる場合の混み具合の比べ方を理解し，比べることができる。	○問題・課題把握 うさぎ小屋の，こみぐあいの順番を調べましょう。 『こみぐあいの比べ方を考えよう。』 ○自力解決	【知識・技能】 単位量当たりの大きさを用いて比べることの意味を理解している。 【思考・判断・表現】 混み具合の比べ方を，面積と匹数の関係に着目して図や式を用いて考えている。 【態度】 図を使って，面積，匹数が異なる場合の混み具合の比べ方を考えようとしている。
2		○発表・検討 【面積かうさぎの数をそろえれば比べられる。】 【調べる数が多くても，１㎡当たりのうさぎの数や，１匹当たりの面積にそろえると一度に比べられる。】 ○振り返り 面積と匹数がそろっていなくても，１㎡当たりの平均の匹数で比べたり，１匹当たりの平均の面積を調べたりすれば比べられる。	
3	「人口密度」の意味とその求め方を理解する。	○問題・課題把握 北海道と沖縄県の人のこみぐあいを比べましょう。 『比べ方を考えよう。』 ○自力解決　○発表・検討 【１㎢当たりの人口という単位量当たりの大きさを使うと，人の混み具合を比べられる。】 ○振り返り 東京都や大田区の人口密度を調べたい。	【知識・技能】 人口密度の意味を理解し，人口密度を求めることができる。 【思考・判断・表現】 人口の混み具合の比べ方を，面積と人数の関係に着目して考え，説明している。
4	単位量当たりの大きさを用いて，問題を解決する。	○問題・課題把握 ２つの田で，よく米がとれたのはどちらですか。 『比べ方を考えよう。』 ○自力解決　○発表・検討 【単位量当たりの大きさを使うと比べられる。】 ○振り返り 単位量当たりの大きさを使って考えるためには，２つの量に注目することが大切だ。	【知識・技能】 単位量当たりの大きさを用いて，二つの資料を比べることができる。
5	速さは単位量当たりの大きさの	○問題・課題把握 短距離走で，えみさんと弟ではどちらが速いですか。	【思考・判断・表現】 単位量当たりの考えを基に，速さの比べ方

	考えを用いて表せることを図や式を用いて考え，説明することができる。	『どちらが速いか比べる方法を考えよう。』 ○自力解決　○発表・検討 【距離か時間をそろえれば比べられる。】 【１秒当たりに進んだ距離や，１ｍ当たりにかかった時間を求めれば比べられる。】 ○振り返り どちらが速いか比べるときも，単位量当たりの考えで比べることができる。	を図や式を用いて考え，説明している。 【態度】 速さの比べ方を，時間と距離の二量を基に，単位量当たりの大きさの考えを用いて考えようとしている。
6	速さを求める公式を適用して速さを求めることができる。 時速，分速，秒速の意味を理解する。	○問題・課題把握 新幹線のはやぶさ号とかがやき号では，どちらが速いでしょうか。 『速さの求め方を式にまとめよう。』 ○自力解決　○発表・検討 【道のり÷時間で単位時間当たりに進む道のりを求められる。】 ○振り返り 速さを求めるときは，単位時間当たりで比べると分かりやすい。	【知識・技能】 速さの表し方を基に，速さを求める公式をつくり，速さを求めることができる。 【知識・技能】 時速，分速，秒速の意味を理解し，時速，分速，秒速を求めることができる。
7	道のりを求める公式を理解し，それを適用して道のりを求めることができる。	○問題・課題把握 ツバメが３時間で進むことができる道のりを求めましょう。 『道のりを求める方法を考えよう。』 ○自力解決　○発表・検討 【数直線に表すと，３時間後の道のりを求める式は 70×3 で 210km】 【道のり÷時間＝速さの式に当てはめると，□÷3＝70 だから□＝70×3 で 210km】 ○振り返り 速さと時間が分かれば，道のりが求められる。	【知識・技能】 速さを求める公式を用いて，速さと時間から道のりを求める公式を導き，道のりを求めることができる。 【思考・判断・表現】 速さを求める公式を基に，道のりを求める公式を図や式を用いて考え説明している。
8	速さと道のりから時間を求める方法について考え，説明することができる。	○問題・課題把握 台風が石垣島から那覇市までの 400km を進むのにかかる時間を求めましょう。 『時間を求める方法を考えよう。』 ○自力解決　○発表・検討 【道のり÷時間＝道のりの式に当てはめると，400＝□÷25 だから□＝400÷25 で 16 時間】 ○振り返り 速さと道のりが分かれば，時間が求められる。	【知識・技能】 道のりを求める公式を用いて，速さと道のりから時間を求めることができる。 【思考・判断・表現】 道のりを求める公式を基にし，時間の求め方を図や式を用いて考え，説明している。
9	単元の学習の活用を通して事象を数理的にとらえ論理的に考察し，問題を解決する。	○問題把握 身のまわりで，単位量あたりの大きさを使っている場面を見つけよう。 ○自力解決　○発表・検討 【身の回りで単位量当たりの考えを使っているものを見付けることができた。】 ○振り返り 他にどのような場面で使われているのだろう。	【思考・判断・表現】 学習内容を適切に活用して筋道立てて考え，問題を解決している。 【態度】 学習内容を生活に生かそうとしている。
10 本時	部分毎の速さから全体の速さを求める方法について理解し，全体の速さを求めることができる。	○問題・課題把握 愛知から静岡を通って東京に行きます。友達は愛知から静岡まで自転車で時速 30km，静岡から東京まで新幹線で時速 150km で進みます。私は愛知から東京まで自動車で進みます。同じ時刻に出発し，同じ時刻に到着するためには，時速何 km で進めばよいでしょうか。 『正しい速さはどちらだろうか。』 ○自力解決　○発表・検討 【全体の道のりと時間を使うと求められる。】 ○振り返り 速さはそのまま平均することができない。	【思考・判断・表現】 部分毎の速さから全体の速さを求める方法を考え，説明している。 【知識・技能】 部分毎の速さから，全体の速さを求めることができる。

11	学習内容の定着を確認するとともに，数学的な見方・考え方を振り返り価値づける。	○課題把握 『学習内容を生かして，問題を解決しよう。』 ○自力解決 【速さ・道のり・時間を求める問題を解決することができた。】 ○振り返り 単位量当たりの考え方を使うと様々な問題を解決できる。	【知識・技能】 基本的な問題を解決することができる。 【思考・判断・表現】 数学的な着眼点と考察の対象を明らかにしながら，単元の学習を整理している。

６　本時の数学的価値と指導の手だて

（１）本単元における数学的価値

①異種の二つの量の割合を捉え，大きさを比べること

小学校低学年の児童でも,「誰が走るのが速いか」を比べるといった幼児期から積み重ねてきた生活経験から,速さについて感覚では知っている。しかし,幼児期からの速さ比べでは,一定の距離を走る時間が短い方を「速い」として捉えてきているが，数学における速さは,一定の時間で走る距離が長い方を「速い」として捉えるため，直観的には分かっていても,異種の二つの量の割合として捉えることで，困難性を感じる児童が多くなる。

速さなどの単位量当たりの大きさや割合の学習では，ある二つの数量の関係を別の二つの数量の関係との比べ方を考察するだけでなく，それらの知識や技能を身の回りで活用することが求められる。そこで，速さを異種の二つの量の割合として捉え，その関係性を数式を用いて表すことで，どちらが速いかを比較したり，身の回りの事象で活用したりすることができるようにさせたい。

②速さは平均できない場合があることを理解すること

例えば，速さにおいて，同じ道のりを行きに時速 150km，帰りに時速 30 ㎞の速さで進んだ場合，全体の速さは足して２で割ればよいと考え，時速 90 ㎞と求めがちであるが，計算すると時速 50 ㎞となる。つまり，これまで 20 ㎝と 30 ㎝の長さを加えれば，50 ㎝になるといったように，同種の二つの量であれば足して考えることができていたが，速さや割合等では，平均したり，割合をそのまま足したりできない場合があることについての学習がされていないためだと考える。そこで，教科書では扱われていないが，速さの平均ができない場合があることを学ぶことによって，割合の見方や速さの理解を深めることができるようにさせたい。

（２）指導の手だて

①「単位量当たりの大きさ」の概念の理解のため，基準を明確にすること

速さについては，平均の考えを基にした「単位量当たりの大きさ」という概念を確実に理解させることによって，公式の記憶に頼らず意味を考えて問題を解決させる。このような意味の理解を重視することで，平均の速さに関する問題でも意味を考えて問題を解決できるようになると考える。教科書では，うさぎ小屋の混み具合，人口密度，速さの順で単元構成されている。混み具合は１匹，または１㎡を基準にして混み具合を表し，人口密度は１㎢を基準に何人いるかを表す。速さは，１時間や１分を基準にしてどのくらいの道のりを進んだかを表す。つまり，どれも１を基準にしているということを明確にすることで，混み具合，人口密度，速さを統合していくことが単位量当たりの大きさの概念の理解に繋がると考える。

②定義に立ち返ったり，現実場面と照合したりして，速さを捉えること

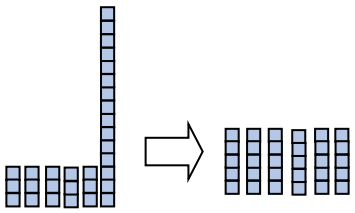
速さの平均を求めるために,それぞれの速さを足すことはできない場合がある。教科書（東京書籍）において,「速さ…ならして,スタートからゴールまで同じ速さで走ったと考える。」と記述されているように，速さは等速で動いていると仮定して平均したものと定義される。

しかし，そのような速さの定義が確実に身に付いていないと，行きに時速 150km，帰りに時速 30 kmの速さで進んだ場合，往復では時速 90 kmと誤った答えを求めてしまう。

本時では，時速 150km と時速 30km で走ったときの全体の速さは，時速 90km か時速 50km かを考えさせる。その際，速さは異なっていても，全体の距離と時間から速さを求めるという定義から考えられるようにする。また，得られた解が現実場面に適合するかを考えさせる。時速 50km で計算すれば，実際に移動した距離に相当するが，時速 90km で計算すると，実際に走った距離より長く走ったことになってしまう。定義に立ち返ったり，現実場面と照らし合わせたりして考えさせることが重要である。

③速さを面積図として視覚化すること

②のように，実際に走った距離と異なるからという理由で理解できる児童もいるが,「なぜ時速90kmではいけないのか。」と考え，理解できない児童もいると考える。そこで，次のような図を示して説明を行う。



この図では縦を速さ，横を時間と考える。１マスは時速 10km，１時間と考えると，左図では，時速 30km で５時間，時速 150km で１時間移動したことになる。これを６時間でならすと，右図のように１時間あたりは時速 50km で移動したことになる。

言葉や式のみの説明では理解が不十分な児童に対しては，面積図を用いて視覚化することで，それぞれの速さを平均して考えるのではなく，全体の道のりと全体の時間をもとに速さを求めることを理解できるようになると考える。

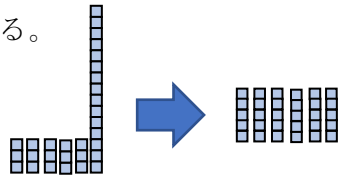
7　本時の指導（10/11）

（１）ねらい

部分毎の速さから全体の速さを求める方法について理解し，全体の速さを求めることができる。

（２）展開

時間	学習活動　T 主な発問　C 予想される児童の反応	○留意点 ◇数学的な見方・考え方 【　】評価　（　）評価方法
課題把握	１　既習事項を確認する。 T：これまで速さはどのように求めていましたか。 C：道のり÷時間で求めました。 ２　問題を把握する。	○自力解決で計算できるようにするために，学級全体で速さの求め方を確認して板書する。
	愛知から静岡を通って東京に行きます。友達は愛知から静岡までは自転車で時速 30km，静岡から東京までは新幹線で時速 150km で進みます。私は愛知から東京まで自動車で進みます。同じ時間に出発し，同じ時間に到着するためには，時速何 km で進めばよいでしょうか。	
	C：速さが２つあるよ。新幹線は速いね。 C：道のりはどのくらいですか。 T:愛知～静岡，静岡～東京の両方とも 150km です。 C：愛知～静岡は５時間，静岡～東京は１時間だ。 C：平均だから，２つを足して割ればいいのかな。 T：それでは，同じ時間に到着するために，時速何 km で進めばよいか求めましょう。	○道のりや時間は問題文に提示せず，児童から知りたいと言われたら提示する。

自力解決	３　速さの求め方を考える。 C1：速さは道のり÷時間だから，全体の道のりと全体の時間が必要だと思う。 150×２＝300　５＋１＝６ 300÷６＝50　　時速 50km C2：平均の速さだから，平均＝全体÷個数を使って出せばよいと思う。 （150＋30）÷２＝90　　時速 90km C3：往復だから速さは足せばよいと思う。 150＋30＝180　　時速 180km	○答えを出せない児童には，「速さを求めるときはどんな数が分かればいいかな。」と問い，二つの量に着目させたり，「図で表せないかな。」と問い，図を用いて解決したりできるようにさせる。 【思考・判断・表現】 愛知から静岡までの速さと静岡から東京までの速さから全体の速さを求める方法を図や式，言葉を用いて考えている。（ノート）
集団解決	４　学級全体で答えを確認し，平均の速さの求め方について検討する。 T：時速 50km と時速 90km が出たけど，どちらが正しい速さでしょうか。 正しい速さはどちらだろうか。 T：時速 50km の人の考えが分かりますか。 C：道のりと時間を使って，速さを求めている。 T：時速 90km の人の考えが分かりますか。 C：速さを足して，平均を求めている。 ５　３人組で考えを伝え合い，検討する。 C：それぞれの速さを足して２で割れば，２つの速さの平均になるから，時速 90km でいいと思う。 C：速さはもともと平均を使っているから，全体を考えないといけないと思う。 C：これまでの問題でも時速０km の時を含めて，全体の道のり÷全体の時間で計算していたから，今回も全体の道のり÷全体の時間だと思う。 C：仮に時速 90km で走ったとしたら，6 時間走ると 540km になって，240km 多く走ったことになる。 C：図に表すと，合計で 300km だから 30 マス分。それを 6 時間で平均するから，時速 150km から時速 30km の方に 3 マスずつ動かすと平らになって，時速 50km になると思う。 ６　全体で考えを検討する。 T：平均の速さは，どちらでしょうか。 C：答えの確かめをしたら，90 だと 540km 走ったことになるので，時速 50km です。 C：速さはもともと速さが違うものをならしているから，今回も全体の道のりと時間で計算します。 C：図で表すと平均したら，１時間に５マスあるので，時速 50km です。	○速さの平均について考えさせるために，C1 と C2 の考え方を対比して板書する。 ○C2 の考えが出ない場合には，教師から提示して，「平均を求めるのはダメなのだろうか。」と問う。 ○C1 の考えが出ない場合は，時速 90km の答えを確かめ，多く走ったことに気付かせ，「本当に時速 90km でよいのだろうか。」と問う。 ○多くの児童が自分の意見を伝えるようにするために，３人組で話し合う場を設ける。 ◇全体の道のりと時間に着目している。 ◇速さは，等速だとみなした平均化されたものであることを根拠にしている。 ◇平均を求める際の合計とは何かに着目している。 ○速さを足してはならない理由を言えたグループを見取り，全体の場で取り上げる。 ○速さのイメージができない児童のいるグループに対しては，「図に表すことはできないかな。」と問うことで，図を用いて説明させる。 

まとめ	7　話し合ったことをもとにまとめる。 平均の速さを求めるときは，速さを足して２で割るのではなく，全体の道のりと時間を求める。 8　練習問題に取り組む。 1500mの道のりを，行きは分速 50m，帰りは分速 30mで歩きました。往復の速さは分速何mですか。 C：1500＋1500＝3000 1500÷50＝30　1500÷30＝50 3000÷80＝37.5　　分速 37.5m 9　振り返りを書く。	○児童が発見できたと感じられるように，板書や児童の言葉からまとめを書く。 ○練習問題に取り組むことで，学習内容を確実に理解させる。 【知識・理解】 速さは平均できないことを理解し，部分毎の速さから全体の速さを求めることができている。 （ワークシート）

8　研究協議・指導講評

【協議】

・本時のまとめが，手続き的なものであったと感じられる。児童が外延量と内包量の違いを，本時のまとめで理解できたと言ってもよいものかが疑問である。

・例えば，それぞれの速さで進む二人が，手を繋いでも速さは二人の速さの合計値にならないように，「速さは足すことができない。」ということは，子どもが生活経験の中で感覚的に身に付けていくべきものだと感じる。

・本時は本来の単元指導計画に追加された１時間である。多くの子どもたちが自力解決の時点で正答を導いているのにも関わらず，本時を追加する意義はあったのだろうか。

【指導・講評】　東京都算数教育研究会第 57 代会長　内藤　和巳　先生

・本時を追加する意義について協議が行われたが，本時は「速さや割合等では，平均したり，割合をそのまま足したりできない場合があることの学習をすることで，一層理解を深めたい」という主張の授業である。主張としてはよいが，その手だてについては考えなければならない。

・速さは直接測ることのできない量であり，間接比較が必要な量である。それは何に依存しているのかを問うても良かったのではないか。例えば，（30＋150）÷２の 30 と 150 がそれぞれ何を表しているのかを押さえて，速さと速さを足したらさらに速くなるのかについて考えさせたら良かった。

・本時では，多くの児童が正答の時速 50 ㎞を求めることができていた。一方で，本時では，平均の速さは時速 50 ㎞なのか，時速 90km なのかをはっきりさせたいという問題意識を高めることができたであろうか。例えば，「時速 60km で進んだ道のりを時速 20 ㎞で戻る。平均時速は時速何 km か。」というような問題にすることで，自力解決時に平均を出す児童が増えるのではないか。

【成果・課題】

・類推，帰納，宴席，統合，発展といった数学的な考え方を展開に位置付けて指導することによって，速さに関する理解が深まった。

・速さを視覚化できるような図を提示したことによって，速さをそのまま足すことができないことについて理解できていた。

・時速 60km と時速 20 ㎞のような数値設定にすることで，２つの速さを足して２で割りたくなる場面を提示し，課題を取り組ませたいことに絞ることが必要である。

・図に関連して，「どのように考えたことがよかったか。」について振り返らせる際に，平均や速さの意味に戻って考えることが重要である。数学的な考え方を振り返らせる。